MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. a) Calcula os posibles valores de a, b, c para que a matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ verifique a relación $(A - 2I)^2 = 0$, sendo I a matriz identidade de orde 2 e 0 a matriz nula de orde 2.

b) ¿Cal é a solución dun sistema homoxéneo de dúas ecuacións con dúas incógnitas, se a matriz de coeficientes é unha matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ verificando a relación $(A - 2I)^2 = 0$?

c) Para $a = b = c = 2$, calcula a matriz X que verifica $A \cdot X = A^{-1} \cdot B$, sendo $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

2. Dada a recta $r: \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 4 + \lambda \end{cases}$

a) Determina a ecuación implícita do plano π que pasa polo punto $P(2,1,2)$ e é perpendicular a r. Calcula o punto de intersección de r e π.

b) Calcula a distancia do punto $P(2,1,2)$ á recta r.

c) Calcula o punto simétrico do punto $P(2,1,2)$ respecto á recta r.

3. Debuxa a gráfica de $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ estudando: dominio, simetrías, puntos de corte cos eixes, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Define primitiva dunha función e enuncia a regra de Barrow.

b) Dada a función $f(x) = ax^3 + bx + c$, determina a, b e c sabendo que $y = 2x + 1$ é a recta tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto correspondente á abscisa $x = 0$ e que $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores de m, o sistema:

$$\begin{aligned} x + y - z &= 1 \\ x + my + 3z &= m \\ 2x + 3y + mz &= 3 \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, para $m = 2$

2. Dadas as rectas $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 \\ z = 4 + 2\lambda \end{cases}$ $\quad s: \left\{ \frac{x-4}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{4} \right.$

a) Estuda a súa posición relativa. Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que pasa pola orixe de coordenadas e é paralelo a r e a s.

b) Calcula as ecuacións paramétricas da recta que corta perpendicularmente a r e a s.

3. a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Calcula os valores de b e c para que a función

$$f(x) = \begin{cases} \ln(e + x^2) & se \ \ x < 0 \\ x^2 + bx + c & se \ \ x \geq 0 \end{cases}$$

sexa derivable en $x = 0$. (Nota: ln = logaritmo neperiano)

4. A gráfica dunha función $f(x)$ pasa pola orixe de coordenadas e a súa derivada é $f'(x) = (2 - x)e^{3x}$. Determina a función $f(x)$ e calcula os intervalos de concavidade e convexidade de $f(x)$.